



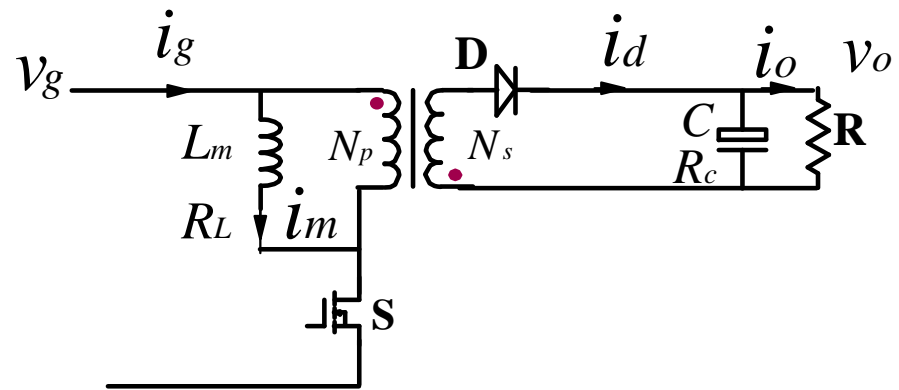
此培训资料来源于德州仪器（TI）和中国电源学会（世纪电源网）合作举办的“TI 现场培训”课程，世纪电源网同意在 TI 网站上分享这些文档。

## 第四单元 反激变换器的稳态分析

1. 反激变换器的三种负载形式
2. 反激变换器在CCM下的稳态关系
3. 反激变换器的CCM/DCM边界确定
4. 反激变换器在DCM下的稳态关系

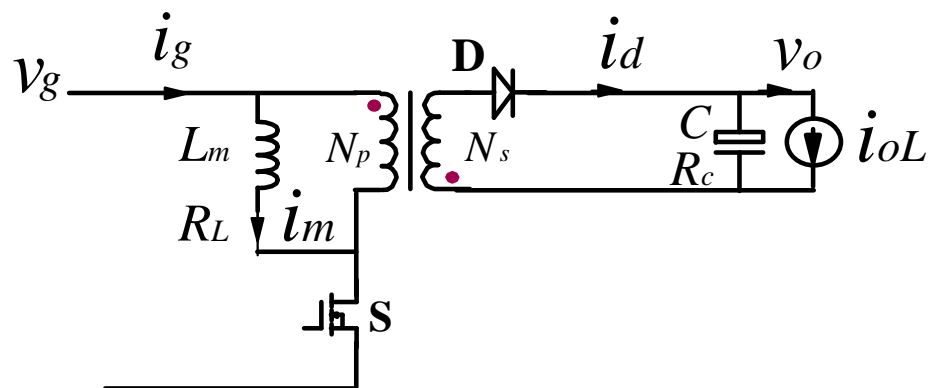
## 1: 反激变换器的三种负载形式

## 1-1: 电阻型负载



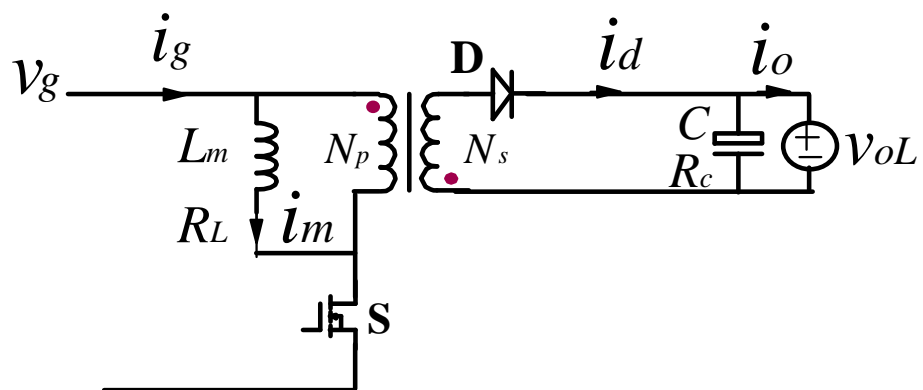
- 负载用纯电阻表示;
- 一般在实验室调试时经常用。

## 1-2: 电流型负载



- 负载用电流源表示;
- 多数恒压输出的开关电源可用这种负载模拟。

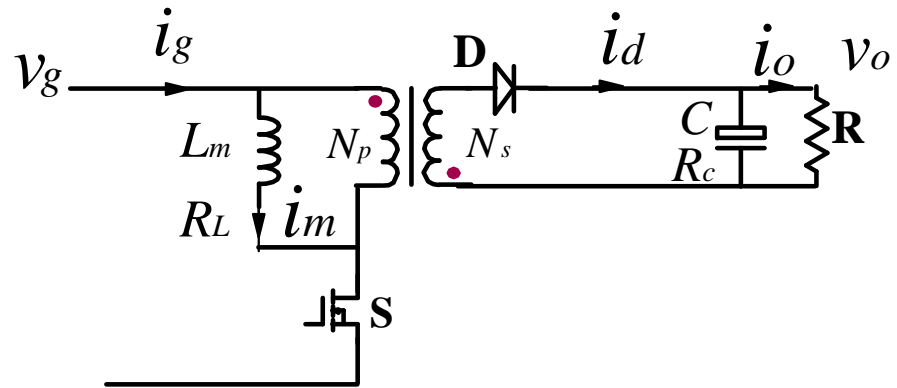
### 1-3: 电压型负载



- 负载用电压源表示;
- 多数恒流输出的开关电源可用这种负载模拟。

## 2: 反激变换器在CCM下的稳态分析

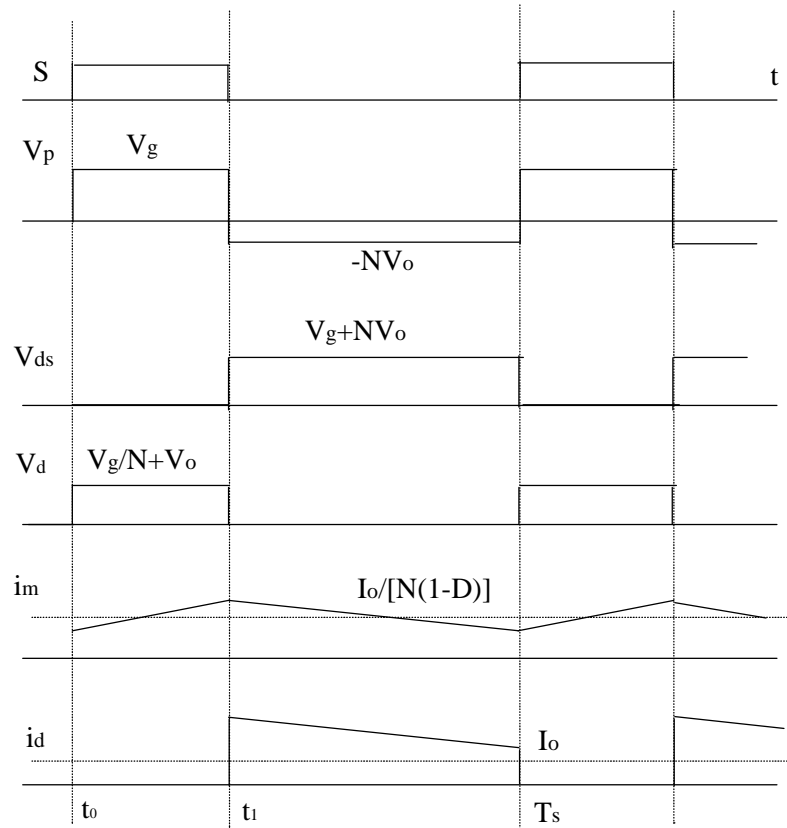
2-1: 电路原理图



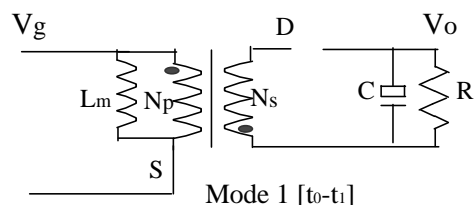
先用电阻负载分析。



## 2-2: 典型波形 -- CCM工作模式

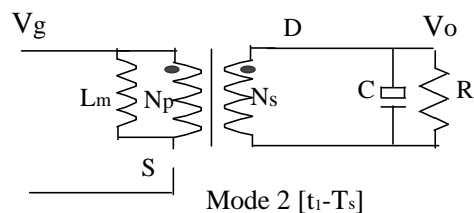


## 2-3: 工作原理解释 -- CCM工作模式



### 模式[1]: 储能模式[t<sub>0</sub>-t<sub>1</sub>]

该模式从S导通开始，以S的关断结束。一旦S导通，输入电压直接加于变压器原边。二极管D则因反偏截止。此时变压器原边的激磁电感储能。



### 模式[2]: 传能模式 [t<sub>1</sub>-T<sub>s</sub>]

该模式从S关断开始，到下一个周期到来时结束。一旦S被关

断，因激磁能量不能突变。将使D正偏导通。故变压器原边电压变成 $-NV_o$ 。电感能量传递到付边并向负载供电，激磁电感中的电流则因两端电压为 $-NV_o$ 而实现去磁。

## 2-4: 输入/输出稳态关系 -- CCM工作模式

根据电感电压的稳态伏秒平衡定律:

$$V_g D T_s = N V_o (1 - D) T_s$$

可得输入/输出的稳态关系为:

$$V_o = \frac{D V_g}{N (1 - D)} = M V_g \quad \text{其中 } M = \frac{V_o}{V_g} = \frac{D}{N(1-D)} \text{ 为稳态电压增益:}$$

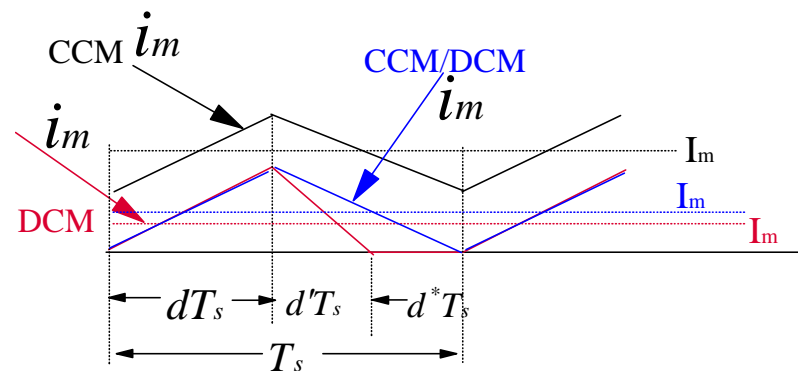
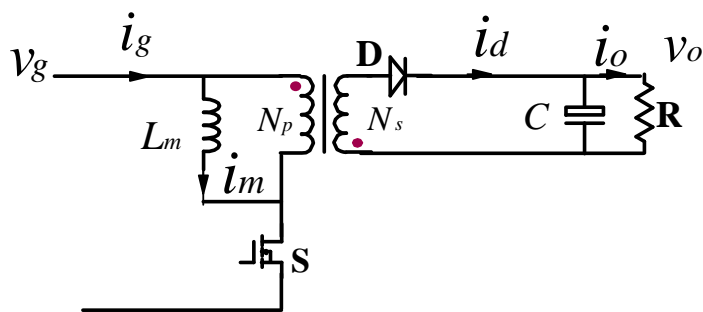
$$I_m = \frac{I_o}{N(1-D)} \quad N = \frac{N_p}{N_s}$$

$$I_g = \frac{D I_o}{N (1 - D)} = M I_o$$

$$R_g = \frac{R}{M^2}$$

### 3: 反激变换器的CCM/DCM边界确定

### 3-1: CCM/DCM边界示意图



$I_{m p}$  为激磁电感电流的峰值

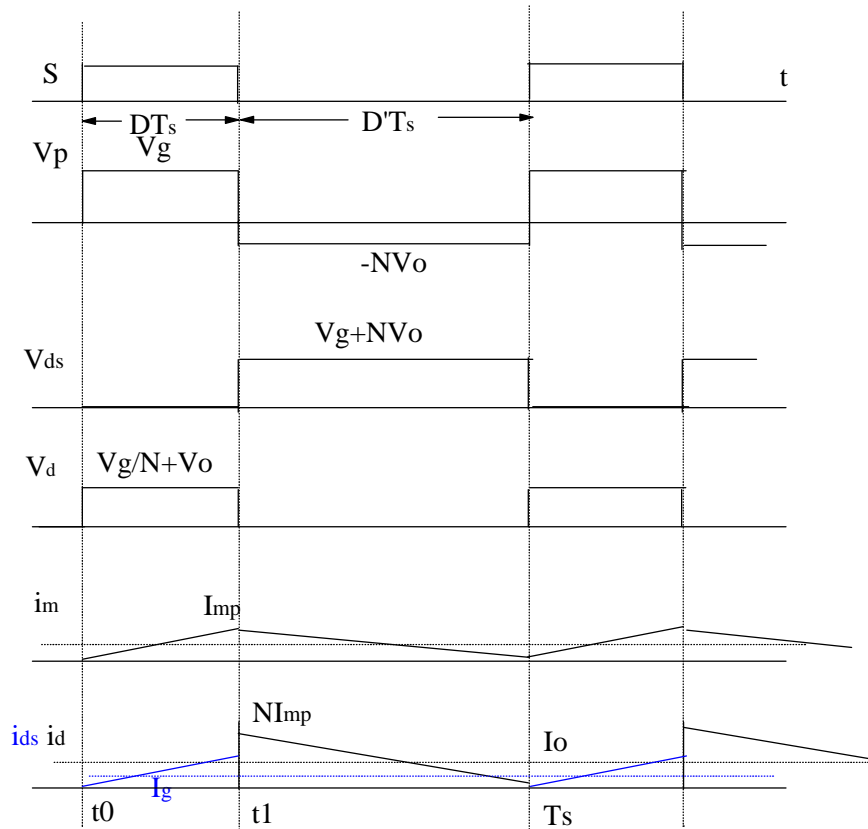
从图中, 可知:

CCM有:  $I_m > \frac{1}{2} I_{m p}$       $d + d' + d^* = 1$       $d^* = 0$

DCM有:  $I_m < \frac{1}{2} I_{m p}$       $d + d' + d^* = 1$       $d^* \neq 0$

CCM/DCM边界有:  $I_m = \frac{1}{2} I_{m p}$       $d + d' + d^* = 1$       $d^* = 0$

### 3-2: 典型波形 – CCM/DCM边界工作模式



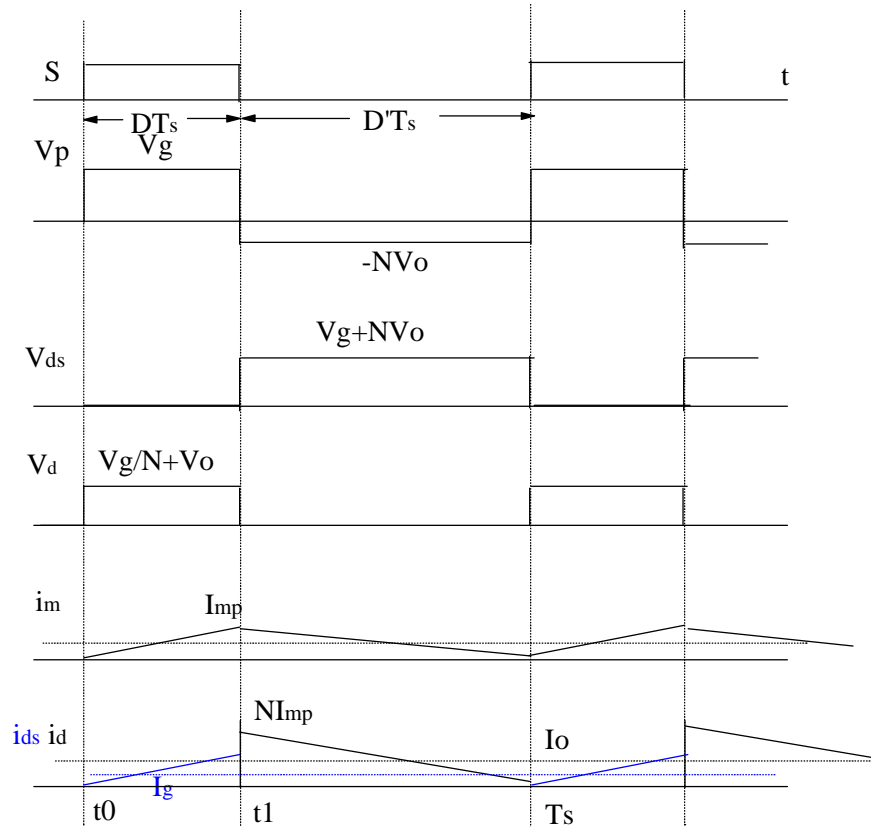
从电流波形，可得：

$$I_{m p} = \frac{V_g}{L_m} DT_s \quad \Rightarrow \quad I_m = \frac{V_g}{2L_m} DT_s$$

$$I_g = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{ds}(t) dt = \frac{D^2 V_g}{2L_m} T_s = D I_m$$

$$I_o = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_d(t) dt = \frac{NV_g D(1-D)}{2L_m} T_s = N(1-D) I_m$$

### 3-3: CCM/DCM边界条件的推导



从电流波形, 可得:

$$I_{mp} = \frac{V_g}{L_m} DT_s \quad \Rightarrow \quad I_m = \frac{V_g}{2L_m} DT_s$$

$$I_g = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{ds}(t) dt = \frac{D^2 V_g}{2L_m} T_s = D I_m$$

$$I_o = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_d(t) dt = \frac{NV_g D(1-D)}{2L_m} T_s$$

$$= N(1-D) I_m$$

从激磁电感的伏秒平衡定律:

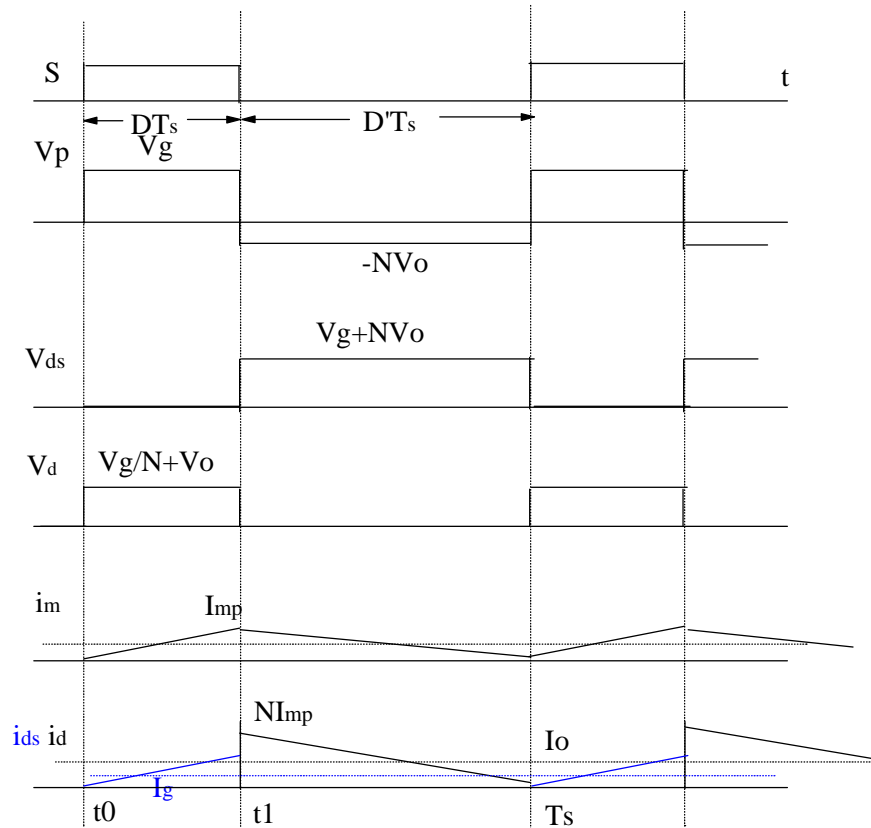
$$V_g DT_s = NV_o(1-D)T_s$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{DV_g}{N(1-D)}$$

从变换器的功率平衡定律:

$$I_g = \frac{DI_o}{N(1-D)} \quad \Rightarrow \quad I_m = \frac{I_o}{N(1-D)}$$

### 3-3: CCM/DCM边界条件的推导



因为:

$$I_o = \frac{NV_g D(1-D)}{2L_m} T_s = \frac{V_o}{R}$$

$$V_o = \frac{DV_g}{N(1-D)} \quad \text{理想情况}$$

$$V_o = \frac{\eta DV_g}{N(1-D)} \quad \text{实际情况}$$

所以CCM/DCM边界条件:

$$K = N^2(1-D)^2 \quad \text{理想情况}$$

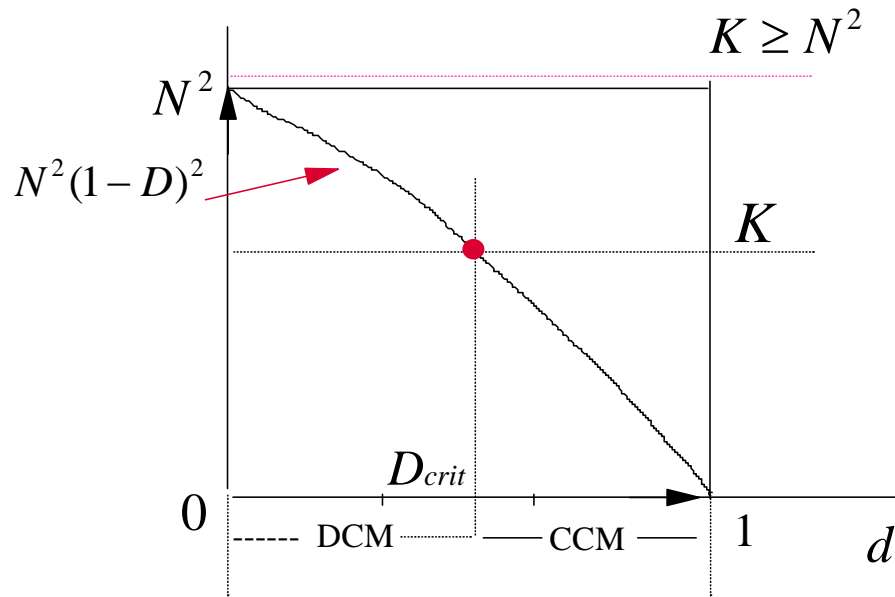
$$K = N^2(1-D)^2 / \eta \quad \text{实际情况}$$

$$\text{其中: } K = \frac{2L_m f_s}{R} \quad N = \frac{N_p}{N_s} \quad R = \frac{V_o}{I_o}$$

$\eta$  对应工作点下的变换器效率。



### 3-4-1: CCM/DCM边界条件的示意图



当:  $K \geq N^2$

即:  $K = \frac{2Lmf_s}{R} \geq N^2$

或:  $R \leq \frac{2Lmf_s}{N^2}$

时, 可始终为CCM。

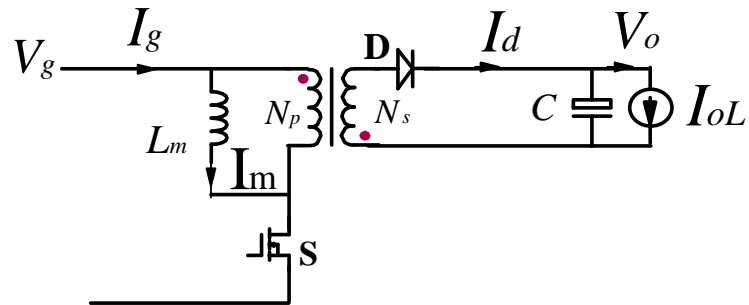
如:  $K < N^2$

则:  $K > N^2(1-D)^2$  为CCM

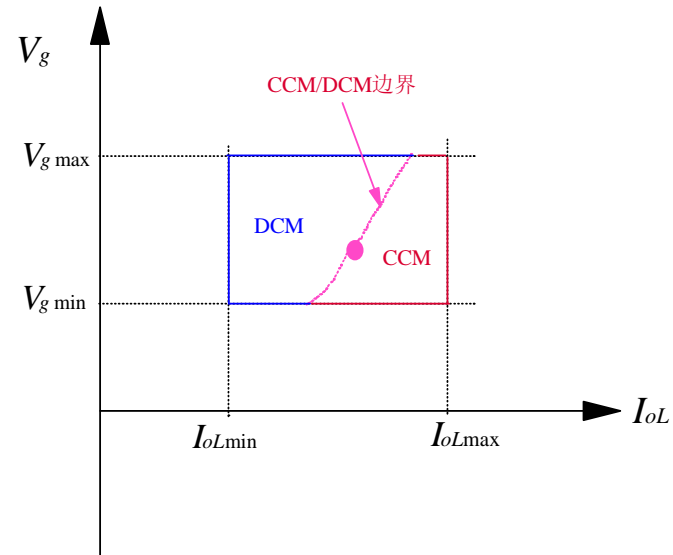
$K < N^2(1-D)^2$  为DCM

$K = N^2(1-D)^2$  为CCM/DCM边界

### 3-4-2: CCM/DCM边界条件在电流负载下的示意图



$$V_g = \frac{NV_o}{\left(\frac{N}{\sqrt{\frac{2L_m f_s I_{oL}}{V_o}}} - 1\right)} \quad \frac{dV_g}{dI_{oL}} > 0$$



- 由输入电压范围和负载电流范围组成的方块是开关电源的稳态工作点区间；
- CCM/DCM边界方程如上，在边界方程上的工作点如虚线所示；
- 虚线右边的区域为CCM工作点，虚线左边的区域为DCM工作点；
- 上述边界曲线之推导见下面几页。

### A-1: CCM/DCM边界条件一般图 - 电流型负载:

电流型负载，输出电压稳压。

$$K = N^2(1-D)^2 = F(V_g, V_o)$$

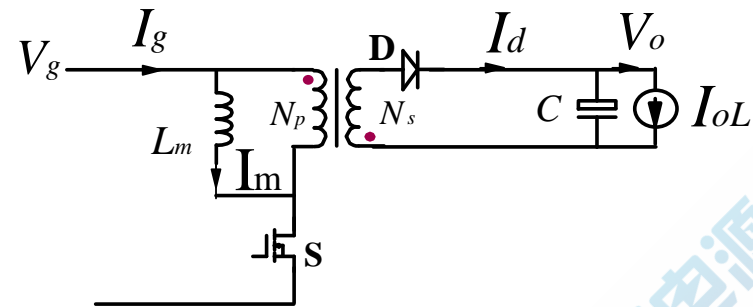
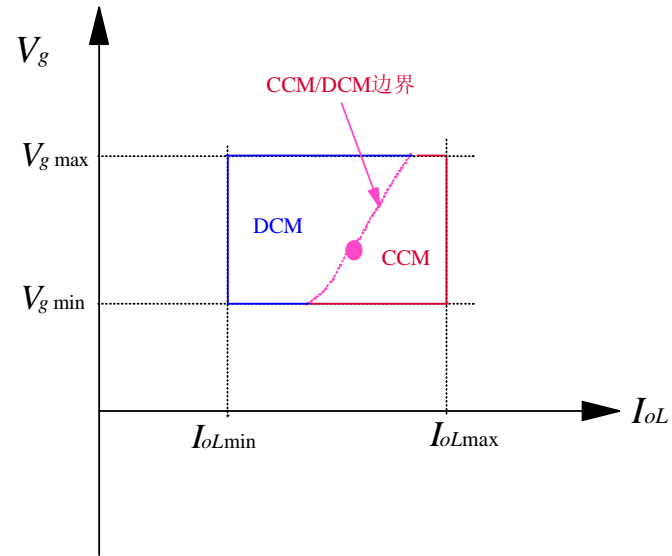
$$K = \frac{2L_m f_s I_{oL}}{V_o}$$

$$D = \frac{1}{1 + V_g / NV_o} \quad F(V_g, V_o) = \frac{N^2}{(1 + NV_o / V_g)^2}$$

$$K = \frac{2L_m f_s I_{oL}}{V_o} = \frac{N^2}{(1 + NV_o / V_g)^2}$$

从上述方程可以推导出图中的CCM/DCM边界方程为:

$$\Rightarrow V_g = \frac{NV_o}{\left( \frac{N}{\sqrt{\frac{2L_m f_s I_{oL}}{V_o}}} - 1 \right)} \quad \frac{dV_g}{dI_{oL}} > 0$$



A-1-1: CCM/DCM边界条件方程推导 - 电流型负载:

$$K = \frac{N^2 V_g^2}{(V_g + NV_o)^2}$$

$$\frac{N^2 V_g^2}{K} = (V_g + NV_o)^2$$

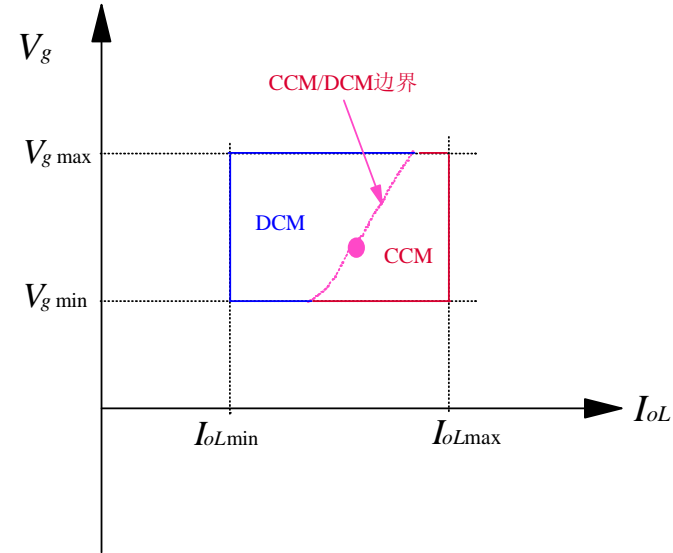
$$\frac{N^2 V_g^2}{K} = V_g^2 + 2NV_o V_g + N^2 V_o^2$$

$$\left(\frac{N^2}{K} - 1\right)V_g^2 - 2NV_o V_g - N^2 V_o^2 = 0$$

$$b^2 - 4ac = (2NV_o)^2 + 4\left(\frac{N^2}{K} - 1\right)N^2 V_o^2 = \frac{4N^4 V_o^2}{K}$$

$$V_g = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{2NV_o + \frac{2N^2 V_o}{\sqrt{K}}}{2\left(\frac{N^2}{K} - 1\right)} = \frac{1 + \frac{N}{\sqrt{K}}}{\frac{N^2}{K} - 1} NV_o = \frac{\left(1 + \frac{N}{\sqrt{K}}\right)\left(1 - \frac{N}{\sqrt{K}}\right)}{\left(1 - \frac{N}{\sqrt{K}}\right)\left(\frac{N^2}{K} - 1\right)} NV_o = \frac{NV_o}{\left(\frac{N}{\sqrt{K}} - 1\right)} = \frac{NV_o}{\left(\frac{N}{\sqrt{\frac{2L_{mfs} I_{oL}}{V_o}}} - 1\right)}$$



A-1-2: CCM/DCM边界条件方程推导 - 电流型负载:

因为: 
$$\frac{dV_g}{dI_{oL}} = \frac{d\left[\frac{NV_o}{\left(\frac{N}{\sqrt{K}} - 1\right)}\right]}{dK} \times \frac{dK}{dI_{oL}}$$

又因为: 
$$\frac{d\left[\frac{NV_o}{\left(\frac{N}{\sqrt{K}} - 1\right)}\right]}{dK} = -\frac{NV_o}{\left(\frac{N}{\sqrt{K}} - 1\right)^2} \left(-\frac{1}{2} \frac{1}{K\sqrt{K}}\right) > 0$$

$$\frac{dK}{dI_{oL}} = \frac{2Lmf_s}{V_o} > 0$$

所以:

$$\frac{dV_g}{dI_{oL}} > 0$$

因为:  $K = N^2(1-D)^2$

所以:  $K < N^2$

$$\sqrt{K} < N$$

## A-2: CCM/DCM边界区间分析 - 电流型负载:

为什么边界线的右边是CCM，边界线的左边是DCM？

因在边界线上有：

$$K = N^2(1 - D)^2$$

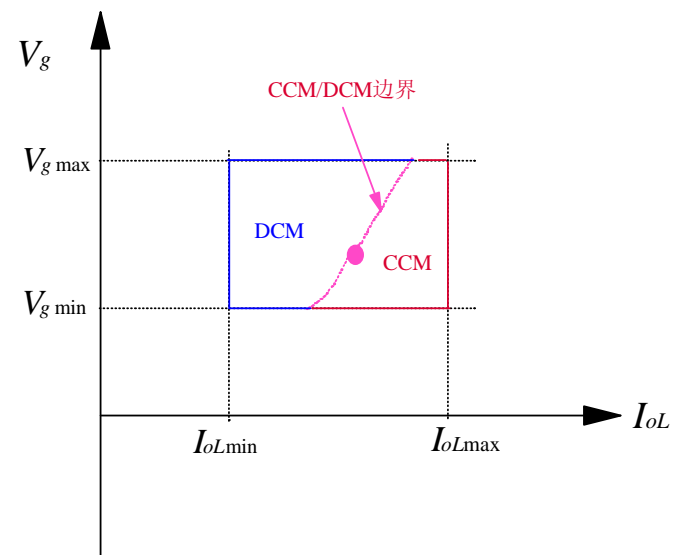
假定从边界线某一点，向右水平移动一非常小的距离，移动后的工作点，其输入电压不变，但负载电流增加，所以该工作满足：

$$K_1 > N^2(1 - D_1)^2$$

这是因为：  $K_1 > K$      $D_1 = D$

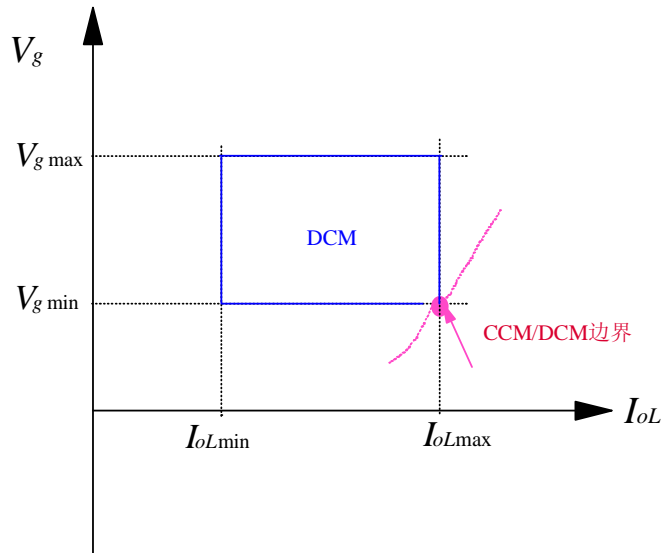
所以在边界线右边区间的工作点为CCM，在边界线左边区间的工作点为DCM。

结论：如在稳态工作点区间内，能解得输入电压与负载电流的CCM/DCM边界曲线，且满足曲线的斜率 $>0$ ，则曲线右边的区间为CCM工作点，曲线左边的区间为DCM工作点。



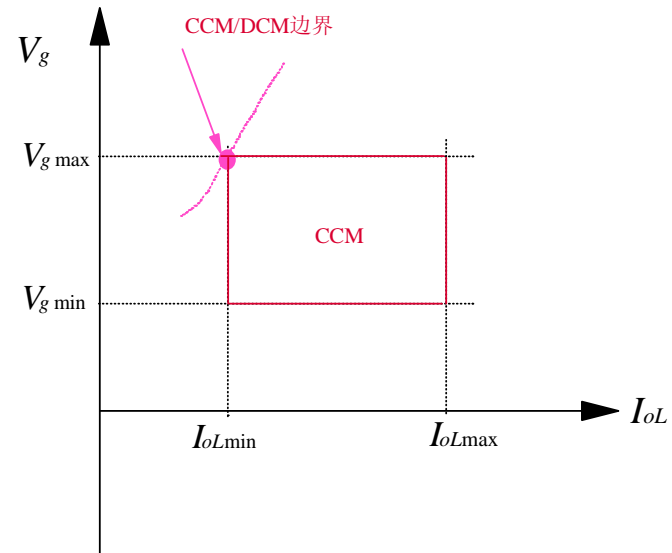
$$K = \frac{2Lmf_s I_{oL}}{V_o} \quad D = \frac{1}{1 + V_g / N V_o}$$

### A-3: CCM/DCM边界条件极端图 - 电流型负载:



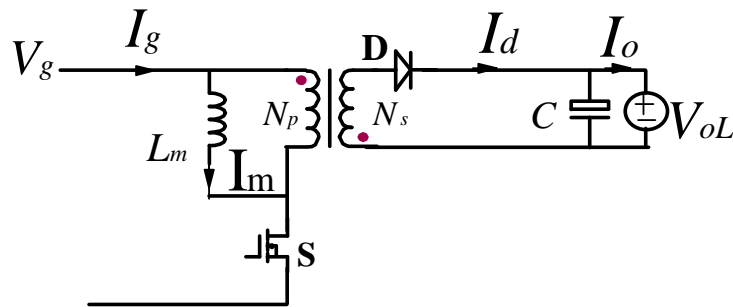
如将低限/满载设置为CCM/DCM边界, 则其它输入和负载范围内均为DCM:

为了将反激式开关电源的所有工作点均设在DCM, 可将低限、过流保护点设置为CCM/DCM边界即可。

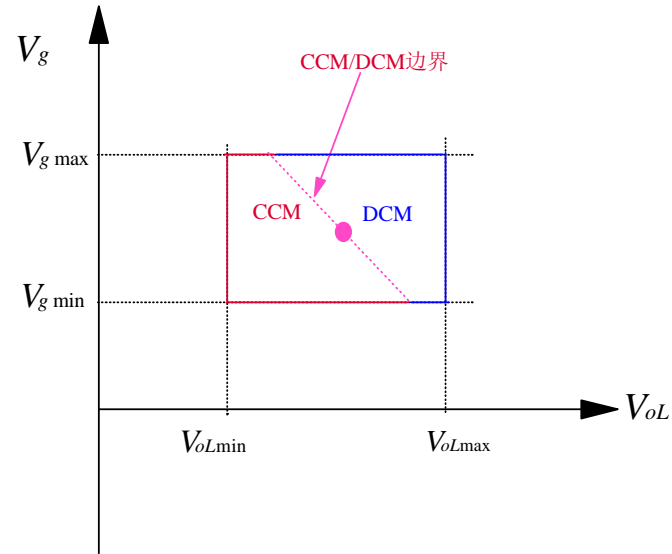


如将高限/轻载设置为CCM/DCM边界, 则其它输入和负载范围内均为CCM:

### 3-4-3: CCM/DCM边界条件在电压负载下的示意图 $D_{\max} < 0.5$



$$V_g = \frac{NV_{oL}}{\left(\frac{N}{\sqrt{\frac{2L_m f_s I_o}{V_{oL}}}} - 1\right)} \quad \frac{dV_g}{dV_{oL}} < 0$$



- 由输入电压范围和负载电压范围组成的方块是开关电源的稳态工作点区间；
- CCM/DCM边界方程如上，在边界方程上的工作点如虚线所示；
- 虚线右边的区域为DCM工作点，虚线左边的区域为CCM工作点；
- 上述边界曲线之推导见下面几页。



### A-1: CCM/DCM边界条件一般图 - 电压型负载:

电压型负载，输出电流稳流。

$$K = N^2(1-D)^2 = F(V_g, V_{oL})$$

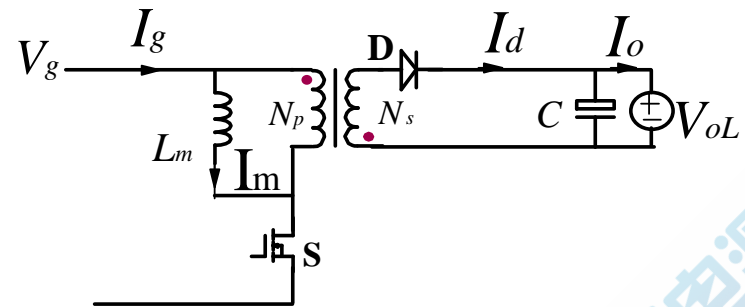
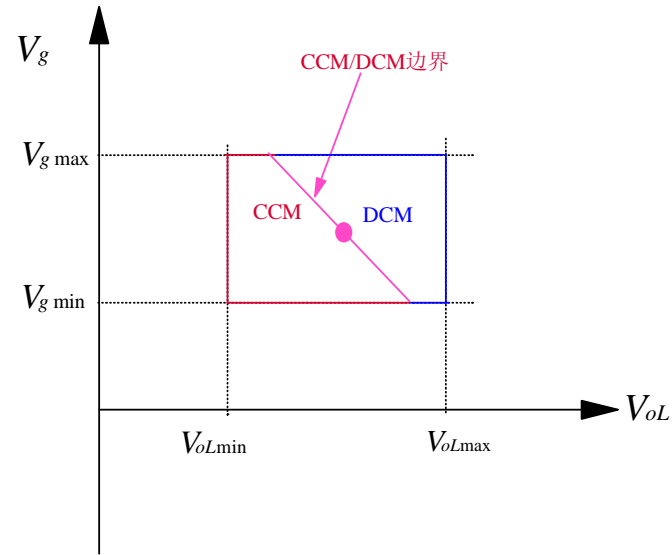
$$K = \frac{2L_m f_s I_o}{V_{oL}}$$

$$D = \frac{1}{1 + V_g / N V_{oL}} \quad F(V_g, V_{oL}) = \frac{N^2}{(1 + N V_{oL} / V_g)^2}$$

$$K = \frac{2L_m f_s I_o}{V_{oL}} = \frac{N^2}{(1 + N V_{oL} / V_g)^2}$$

从上述方程可以推导出图中的CCM/DCM边界方程为:

$$\Rightarrow V_g = \frac{N V_{oL}}{\left( \frac{N}{\sqrt{\frac{2L_m f_s I_o}{V_{oL}}}} - 1 \right)} \quad \frac{dV_g}{dV_{oL}} < 0$$



A-1-1: CCM/DCM边界条件方程推导 - 电压型负载:

$$K = \frac{N^2 V_g^2}{(V_g + NV_{oL})^2}$$

$$\frac{N^2 V_g^2}{K} = (V_g + NV_{oL})^2$$

$$\frac{N^2 V_g^2}{K} = V_g^2 + 2NV_{oL}V_g + N^2 V_{oL}^2$$

$$\left(\frac{N^2}{K} - 1\right)V_g^2 - 2NV_{oL}V_g - N^2 V_{oL}^2 = 0$$

$$b^2 - 4ac = (2NV_{oL})^2 + 4\left(\frac{N^2}{K} - 1\right)N^2 V_{oL}^2 = \frac{4N^4 V_{oL}^2}{K}$$

$$V_g = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2NV_{oL} + \frac{2N^2 V_{oL}}{\sqrt{K}}}{2\left(\frac{N^2}{K} - 1\right)} = \frac{1 + \frac{N}{\sqrt{K}}}{\frac{N^2}{K} - 1} NV_{oL} = \frac{\left(1 + \frac{N}{\sqrt{K}}\right)\left(1 - \frac{N}{\sqrt{K}}\right)}{\left(1 - \frac{N}{\sqrt{K}}\right)\left(\frac{N^2}{K} - 1\right)} NV_{oL} = \frac{NV_{oL}}{\left(\frac{N}{\sqrt{K}} - 1\right)} = \frac{NV_{oL}}{\left(\frac{N}{\sqrt{\frac{2L_{mf}sI_o}}{V_{oL}}} - 1\right)} \end{aligned}$$

A-1-2: CCM/DCM边界条件方程推导 - 电压型负载:

因为:

$$\frac{dV_g}{dV_{oL}} = \frac{d\left[\frac{NV_{oL}}{\left(\frac{N}{\sqrt{K}}-1\right)}\right]}{dV_{oL}} = N\left(\frac{N}{\sqrt{K}}-1\right) - NV_{oL}\frac{d\left(\frac{N}{\sqrt{K}}-1\right)}{dV_{oL}}$$

又因为:

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\frac{N}{\sqrt{K}}-1\right)}{dV_{oL}} &= \frac{d\left(\frac{N}{\sqrt{K}}-1\right)}{dK} \times \frac{dK}{dV_{oL}} = \left[N\left(\frac{1}{2}\right)K^{-\frac{3}{2}}\frac{2L_m f_s I_o}{V_{oL}^2}\right] \\ &= \frac{1}{2}NK^{-\frac{3}{2}}\frac{K}{V_{oL}} = \frac{N}{2V_{oL}\sqrt{K}} \end{aligned}$$

所以:

$$\begin{aligned} \frac{dV_g}{dV_{oL}} &= N\left(\frac{N}{\sqrt{K}}-1\right) - NV_{oL}\frac{N}{2V_{oL}\sqrt{K}} \\ &= -N + \frac{N^2}{2\sqrt{K}} < -N + \frac{N^2}{2 \times \frac{N}{2}} = 0 \end{aligned}$$

所以:

$$\frac{dV_g}{dV_{oL}} < 0$$

因为:  $K = N^2(1-D)^2$

如:  $D < 0.5$   
 $\sqrt{K} > \frac{N}{2}$

## A-2: CCM/DCM边界区间分析 - 电压型负载:

为什么边界线的右边是DCM，边界线的左边是CCM？

因在边界线上有：

$$K = N^2(1 - D)^2$$

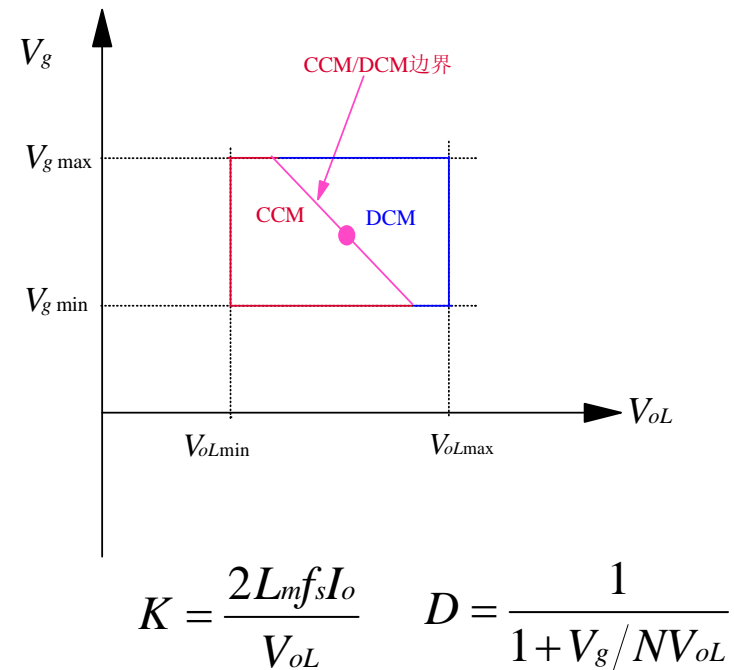
假定从边界线某一点，向上垂直移动一非常小的距离，移动后的工作点，其输入电压增加，但负载电压不变，所以该工作满足：

$$K_1 < N^2(1 - D_1)^2$$

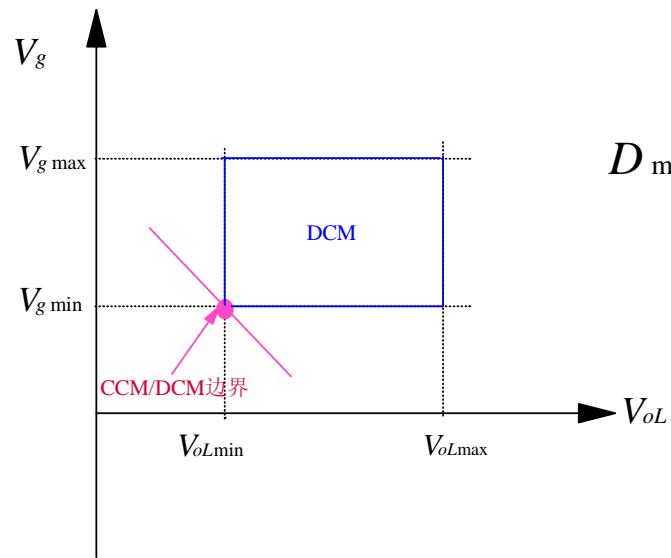
这是因为： $K_1 = K$      $D_1 < D$

所以在边界线右边区间的工作点为DCM，在边界线左边区间的工作点为CCM。

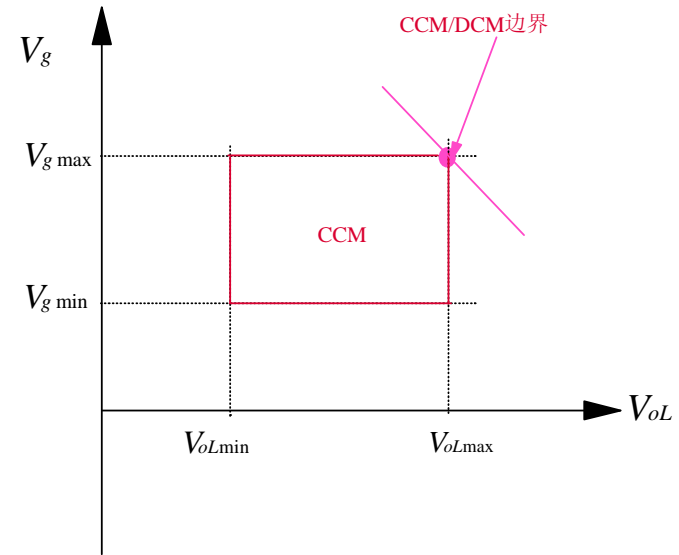
结论：如在稳态工作点区间内，能解得输入电压与负载电压的CCM/DCM边界曲线，且满足曲线的斜率 $<0$ ，则曲线右边的区间为DCM工作点，曲线左边的区间为CCM工作点。



### A-3: CCM/DCM边界条件极端图 - 电压型负载:



如将低限/轻载设置为CCM/DCM边界，  
则其它输入和负载范围内均为DCM:



如将高限/满载设置为CCM/DCM边界，  
则其它输入和负载范围内均为CCM:

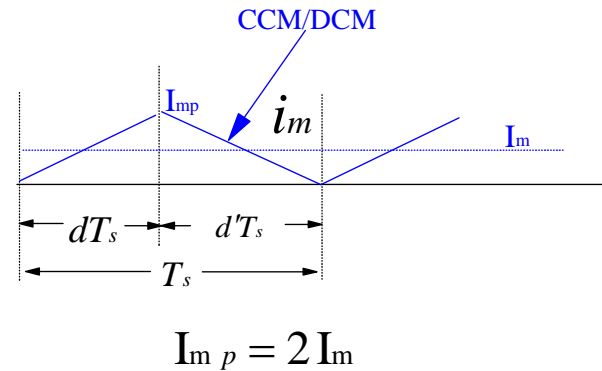
### 3-5: CCM/DCM边界时的稳态关系

$$V_o = \frac{DV_g}{N(1-D)} = MV_g \quad \text{其中 } M = \frac{V_o}{V_g} = \frac{D}{N(1-D)} \text{ 为稳态电压增益:}$$

$$I_m = \frac{I_o}{N(1-D)} \quad N = \frac{N_p}{N_s}$$

$$I_g = \frac{DI_o}{N(1-D)} = MI_o$$

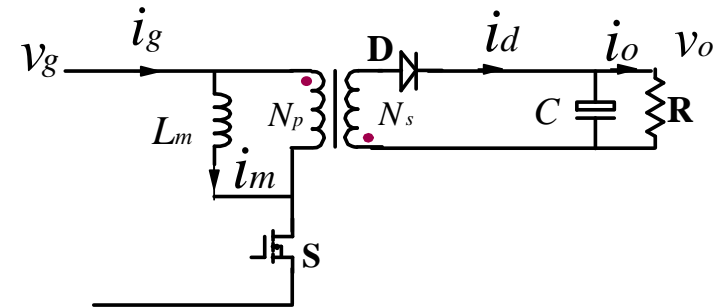
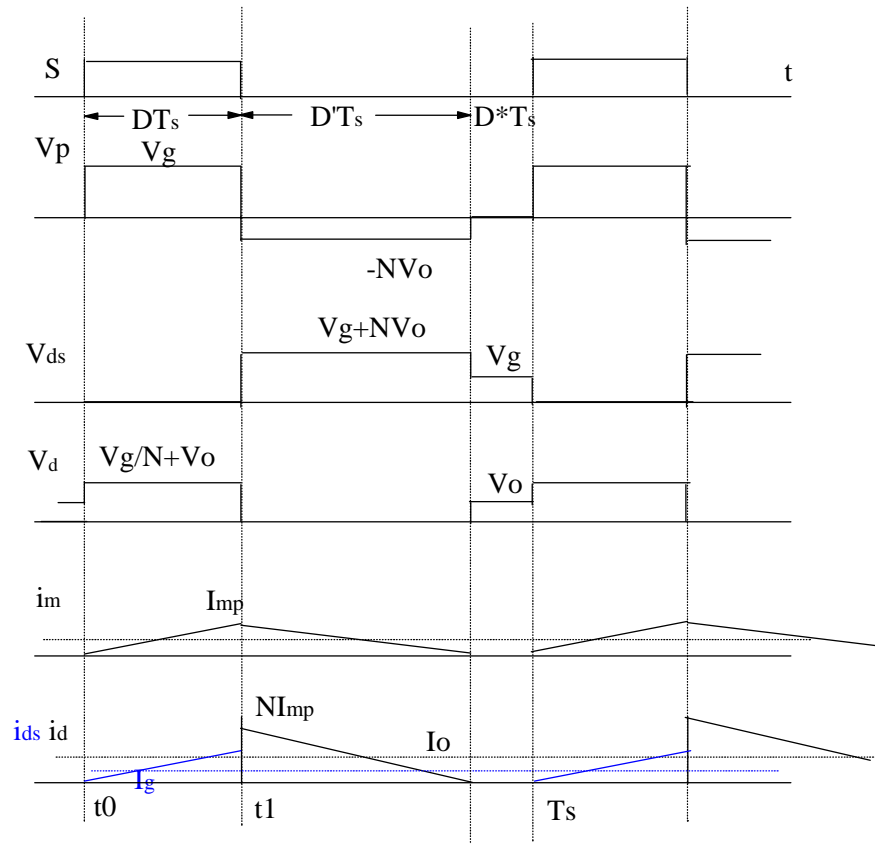
$$R_g = \frac{R}{M^2}$$



与CCM下的稳态关系完全一致。

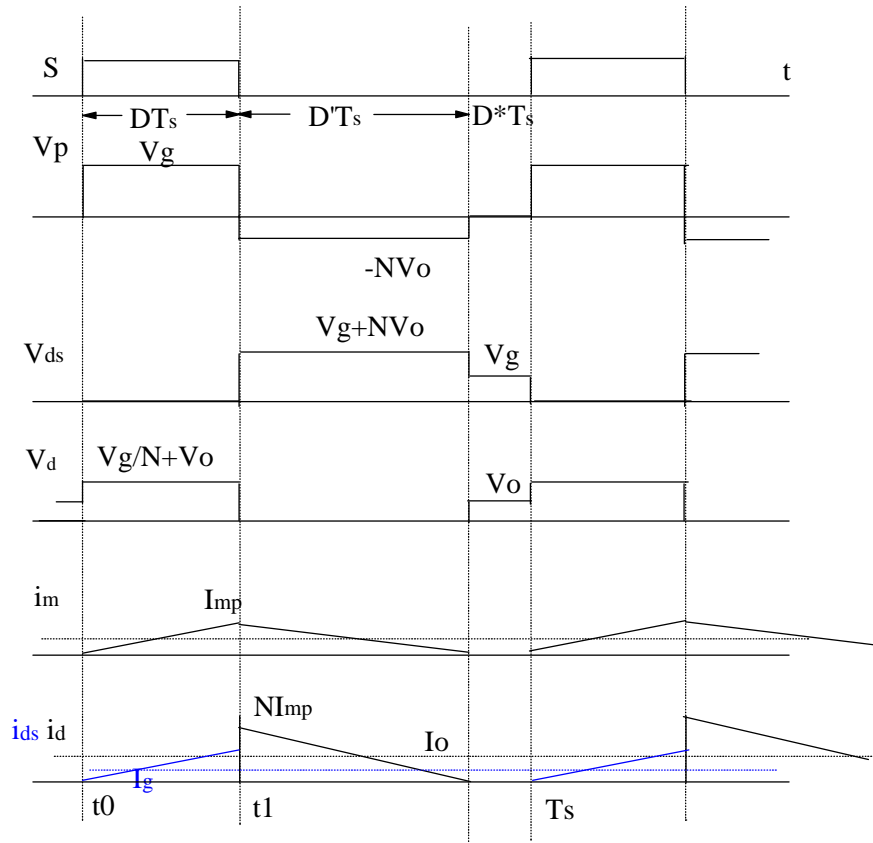
## 4: 反激变换器在DCM下的稳态关系

### 4-1: DCM下的典型波形图





## 4-2: DCM稳态关系的推导



从电流波形，可得：

$$I_{m p} = \frac{V_g}{L_m} D T_s \quad \Rightarrow \quad I_m = \frac{V_g}{2L_m} D(D + D') T_s$$

$$I_g = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{ds}(t) dt = \frac{D^2 V_g}{2L_m} T_s$$

$$I_o = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_d(t) dt = \frac{N V_g D D'}{2L_m} T_s$$

从激磁电感的伏秒平衡定律：

$$V_g D T_s = N V_o D' T_s \quad \Rightarrow \quad D' = \frac{D V_g}{N V_o}$$

$$M = \frac{V_o}{V_g} = \frac{D}{\sqrt{K}} \quad \leftarrow$$

再代入  $I_g$ 、 $I_m$  的表达式：

$$\begin{aligned} I_g &= M I_o \\ \Rightarrow I_m &= M I_o + \frac{I_o}{N} \end{aligned}$$

### 4-3: DCM下的稳态关系总结

$$\begin{aligned} V_o &= MV_g & \text{其中 } M &= \frac{V_o}{V_g} = \frac{D}{\sqrt{K}} \quad \text{为稳态电压增益:} \\ I_g &= MI_o & K &= \frac{2Lmf_s}{R} \quad N = \frac{N_p}{N_s} \\ I_m &= MI_o + \frac{I_o}{N} \\ R_g &= \frac{R}{M^2} \end{aligned}$$