

Application Note 1489 Techniques of State Space Modeling



Literature Number: ZHCA232

状态空间建模技术

美国国家半导体公司
应用注释1489
Joel Steenis
2006年6月



引言

在过去的几十年里许多技术被应用于PWM开关的建模。这些技术包括分析方法和对于四阶和一些两阶系统不太适用的基于电路的模型。最简单的方法就是使用状态空间分析方法。该方法的应用可结合计算软件，例如Matlab或者Maple，从而可以迅速而又容易地建立起给定功率级的模型。在本文中，通过逐步介绍状态空间建模技术，使您可以依照文中所示的妙方轻而易举地在软件中实现该方法。

状态空间建模

状态空间建模是使用线性差分方程的系统来描述任何给定系统的一项技术。通过矩阵运算很容易处理这些等式，也可以将它们用于联系内部或者状态变量与系统的输入和输出。

状态方程可以用矩阵形式表达如下：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Qx + Ru \end{aligned}$$

当 \dot{x} 是状态变量矢量的时间导数，A是状态矩阵，x是状态变量矢量，B是矢量，u是输入，y是输出。Q是状态变量到输出的转置矢量。R是输入至输出的矢量。

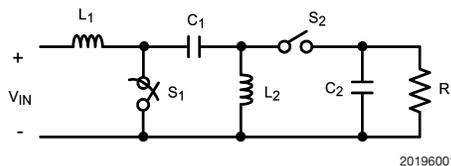


图1.SEPIC技术

因为给定网络在CCM中存在两种状态：S1开启，S2关闭，和S1关闭，S2开启，在每个状态期间网络响应都是可以时间加权和平均化的。例如，如图1所示的SEPIC拓扑结构通过对其每个状态使用内部变量的简化而重新得到图2：

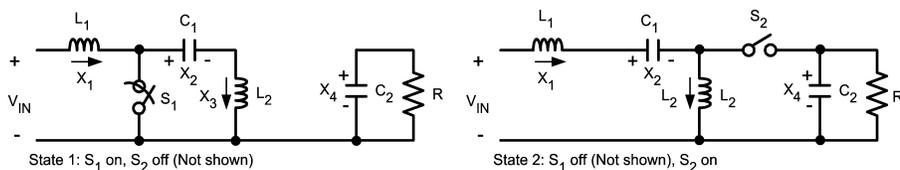


图2.网络状态'ton'和'toff'

两个状态的等式都可以通过下列关系式进行时间加权和平均化：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \left[A_1 \frac{t_{ON}}{t_p} + A_2 \frac{t_{OFF}}{t_p} \right] x + \left[B_1 \frac{t_{ON}}{t_p} + B_2 \frac{t_{OFF}}{t_p} \right] u \\ y &= \left[Q_1 \frac{t_{ON}}{t_p} + Q_2 \frac{t_{OFF}}{t_p} \right] x + \left[R_1 \frac{t_{ON}}{t_p} + R_2 \frac{t_{OFF}}{t_p} \right] u \end{aligned}$$

这里矩阵下标表明了网络的状态。做为另一种选择，这些关系式也可以表达如下：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A_1 d + A_2 d'] x + [B_1 d + B_2 x d'] u \\ y &= [Q_1 d + Q_2 d'] x + [R_1 d + R_2 d'] u \end{aligned}$$

这里

$$d = \frac{t_{ON}}{t_p}$$

$$d' = 1 - d = \frac{t_{OFF}}{t_p}$$

变量x、d、u和y都存在大信号和小信号分量。每个变量与其分量的关系表达式如下：

$$\begin{aligned} x &= X + \chi \\ d &= D + \delta \\ u &= V_{IN} + v_{in} \\ y &= V_{OUT} + v_{out} \end{aligned}$$

这里等式右边的第一项和第二项分别对应于给定变量的大信号分量和小信号分量。

状态空间建模(续)

将时间加权平均表达式代入，结果如下所示：

$$\dot{x} = [A_1 (D+\delta) + A_2 (1-D-\delta)](X + \chi) + [B_1 (D+\delta) + B_2 (1-D-\delta)](V_{IN} + v_{in})$$

$$V_{OUT} + v_{out} = [Q_1 (D+\delta) + Q_2 (1-D-\delta)](X + \chi) + [R_1 (D+\delta) + R_2 (1-D-\delta)](V_{IN} + v_{in})$$

因为 χ 、 δ 、 V_{in} 和 V_{out} 是小信号，两个小信号的乘积对系统响应的影响是可以忽略。这些两阶的项由于不会削弱最终的结果而可以被忽略。同样也很重要而且值得注意的是，根据所感兴趣的变量，根据假定可以改变每个表达式。这在下一节中会详细说明。

大信号关系

为了确定大信号输入至输出的关系式，小信号的扰动被认为是可以忽略的，可以设定其等于零。如此，大信号的响应可以表达为：

$$0 = [A_1 D + A_2 D]X + [B_1 D + B_2 D] V_{IN}$$

$$V_{OUT} = [Q_1 D + Q_2 D]X$$

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = - [Q_1 D + Q_2 D] [A_1 D + A_2 D]^{-1} [B_1 D + B_2 D]$$

小信号关系

确定小信号控制到输出的传递函数同确定大信号传递函数的过程是类似的。这就是说，输入（ V_{in} ）端上的扰动是可以忽略的。如此，确定小信号的控制到输出的传递函数的表达式如下：

$$\dot{x} = [A_1 D + A_2 D]X + [B_1 D + B_2 D] V_{IN} + [(A_1 - A_2) + (B_1 - B_2) V_{IN}] \delta$$

$$V_{OUT} + v_{out} = [Q_1 D + Q_2 D]X + [Q_1 D + Q_2 D] \chi + [(Q_1 - Q_2)X] \delta + [R_1(D + \delta) + R_2(1-D-\delta)]V_{IN}$$

为了解决小信号控制到输出的传递函数，必须使用拉普拉斯变换将上述的等式转换至频域中。相应的小信号控制至输出的响应可以表达为：

$$\chi(s) = [s I - (A_1 D + A_2 D)]^{-1} [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2) V_{IN}] \delta(s)$$

小信号控制到输出的传递函数可以表达为：

$$\frac{V_{OUT}}{\delta}(s) = [Q_1 D + Q_2 D] [s I - (A_1 D + A_2 D)]^{-1} [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2) V_{IN}] + (Q_1 - Q_2)X$$

确定小信号的信号到输出的传递函数同确定小信号的控制到输出的传递函数的过程是类似的。这就是说，占空比（ δ ）上的扰动是可以忽略的。如此，小信号信号到输出的传递函数可以表达为：

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}(s) = [Q_1 D + Q_2 D] [s I - (A_1 D + A_2 D)]^{-1} B$$

针对SEPIC功率级的应用

描述SEPIC功率级的状态方程，如图2所示，在状态1期间可以表达为如下：

$$\dot{x}_1 = \frac{V_{IN}}{L_1}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{x_3}{C_1}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{x_2}{L_2}$$

$$V_{OUT} = x_4$$

在矩阵形式中表达如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{IN}$$

$$V_{OUT} = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

通过归纳，很明显看到矩阵 A_1 、 B_1 、 Q_1 和 R_1 可以表达为：

针对SEPIC功率级的应用（续）

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ L_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \\ R_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

如图2所示网络的状态方程，在状态2期间可以表达如下：

$$\dot{x}_1 = -\frac{x_2}{L_1} - \frac{x_4}{L_1} + \frac{V_{IN}}{L_1}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{x_1}{C_1}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{x_4}{L_2}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{x_1}{C_2} - \frac{x_3}{C_2} - \frac{x_4}{RC_2}$$

$$V_{OUT} = x_4$$

在矩阵中也可以表达如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{IN}$$

$$V_{OUT} = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

通过归纳，很明显看到矩阵 A_2 ， B_2 ， Q_2 和 R_2 可以表达为：

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ L_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \\ R_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

大信号输入到输出的关系和相关的大信号状态关系可以表达如下：

针对SEPIC功率级的应用

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{D}{D'}$$

$$x_1 = \frac{D^2 V_{IN}}{D'^2 R}$$

$$x_2 = V_{IN}$$

$$x_3 = \frac{D V_{IN}}{-D' R}$$

$$x_4 = \frac{D V_{IN}}{D'}$$

小信号控制至输出的关系可以表达如下：

$$\frac{V_{OUT}}{\delta} (s) = \frac{A_1 s^3 + A_2 s^2 + A_3 s + A_4}{A_5 s^4 + A_6 s^3 + A_7 s^2 + A_8 s + A_9} V_{IN}$$

$$A_1 = -L_1 C_1 L_2 D$$

$$A_2 = L_1 C_1 R D'^2$$

$$A_3 = -D^2 L_1$$

$$A_4 = D'^2 R$$

$$A_5 = D'^2 L_1 C_1 L_2 C_2 R$$

$$A_6 = D'^2 L_1 C_1 L_2$$

$$A_7 = D'^2 R (L_1 C_1 D'^2 + L_2 C_2 D'^2 + C_1 L_2 D'^2 + L_1 C_2 D^2)$$

$$A_8 = D'^2 (L_2 D'^2 + L_1 D^2)$$

$$A_9 = D'^4 R$$

小信号线性到输出的传递函数可以表达如下：

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} (s) = \frac{A_1 s^2 + A_2}{A_3 s^4 + A_4 s^3 + A_5 s^2 + A_6 s + A_7}$$

$$A_1 = C_1 L_2 R D'$$

$$A_2 = R D D'$$

$$A_3 = L_1 C_1 L_2 C_2 R$$

$$A_4 = L_1 C_1 L_2$$

$$A_5 = R (L_1 C_1 D'^2 + L_2 C_2 D'^2 + L_1 C_2 D^2 + C_1 L_2 D'^2)$$

$$A_6 = L_1 D^2 + L_2 D'^2$$

$$A_7 = R D'^2$$

虽然上述的小信号表达式并没有深入分析每个分量对功率级响应的贡献，这并不是很重要。一般都是根据大信号、直流、系统的需要来选择功率级中的器件。小信号、交流，响应只不过是器件选择中供参考的部分。

模型的使用

为了充分利用该模型，必须使用数值技术寻找到极点和零点。通过计算机软件中的程序很容易计算出传递函数的极点和零点。一旦找到功率级中极点和零点的位置，便可以通过普通的方法来进行开关补偿。

结论

显然,将任何给定变量都以另外的变量以大信号或者小信号形式导出方程，使用基本的矩阵运算,状态空间方法变得容易处理。使用计算机软件作必要的矩阵和数值运算。在全部过程中都可以快速简单地推导出传递函数和确定给定网络的响应。

注释

对于上述任何电路的使用，美国国家半导体公司不承担任何责任且不默示任何电路专利许可。美国国家半导体公司保留随时更改上述电路和规格的权利，恕不另行通知。
想了解最新的产品信息，请访问我们的网址：www.national.com。

生命支持策略

未经美国国家半导体公司的总裁和首席律师的明确书面审批，不得将美国国家半导体公司的产品作为生命支持设备或系统中的关键部件使用。特此说明：

1. 生命支持设备/系统指：(a) 打算通过外科手术移植到体内的生命支持设备或系统；(b) 支持或维持生命，依照使用说明书正确使用，有理由认为其失效会造成用户严重伤害。
2. 关键部件是在生命支持设备或系统中，有理由认为其失效会造成生命支持设备/系统失效，或影响生命支持设备/系统的安全性或效力的任何部件。

禁用物质合规

美国国家半导体公司制造的产品和使用的包装材料符合《消费产品管理规范 (CSP-9-111C2)》以及《相关禁用物质和材料规范 (CSP-9-111S2)》的条款，不包含CSP-9-111S2限定的任何“禁用物质”。
无铅产品符合RoHS指令。



National Semiconductor
Americas Customer
Support Center
Email: new.feedback@nsc.com
Tel: 1-800-272-9959

www.national.com

National Semiconductor
Europe Customer Support Center
Fax: +49 (0) 180-530 85 86
Email: europe.support@nsc.com
Deutsch Tel: +49 (0) 69 9508 6208
English Tel: +44 (0) 870 24 0 2171
Français Tel: +33 (0) 1 41 91 8790

National Semiconductor
Asia Pacific Customer
Support Center
Email: ap.support@nsc.com

National Semiconductor
Japan Customer Support Center
Fax: 81-3-5639-7507
Email: jpn.feedback@nsc.com
Tel: 81-3-5639-7560

重要声明

德州仪器(TI) 及其下属子公司有权在不事先通知的情况下, 随时对所提供的产品和服务进行更正、修改、增强、改进或其它更改, 并有权随时中止提供任何产品和服务。客户在下订单前应获取最新的相关信息, 并验证这些信息是否完整且是最新的。所有产品的销售都遵循在订单确认时所提供的TI 销售条款与条件。

TI 保证其所销售的硬件产品的性能符合TI 标准保修的适用规范。仅在TI 保证的范围内, 且TI 认为有必要时才会使用测试或其它质量控制技术。除非政府做出了硬性规定, 否则没有必要对每种产品的所有参数进行测试。

TI 对应用帮助或客户产品设计不承担任何义务。客户应对其使用TI 组件的产品和应用自行负责。为尽量减小与客户产品和应用相关的风险, 客户应提供充分的设计与操作安全措施。

TI 不对任何TI 专利权、版权、屏蔽作品权或其它与使用了TI 产品或服务的组合设备、机器、流程相关的TI 知识产权中授予的直接或隐含权限作出任何保证或解释。TI 所发布的与第三方产品或服务有关的信息, 不能构成从TI 获得使用这些产品或服务的许可、授权、或认可。使用此类信息可能需要获得第三方的专利权或其它知识产权方面的许可, 或是TI 的专利权或其它知识产权方面的许可。

对于TI 的产品手册或数据表, 仅在没有对内容进行任何篡改且带有相关授权、条件、限制和声明的情况下才允许进行复制。在复制信息的过程中对内容的篡改属于非法的、欺诈性商业行为。TI 对此类篡改过的文件不承担任何责任。

在转售TI 产品或服务时, 如果存在对产品或服务参数的虚假陈述, 则会失去相关TI 产品或服务的明示或暗示授权, 且这是非法的、欺诈性商业行为。TI 对此类虚假陈述不承担任何责任。

TI 产品未获得用于关键的安全应用中的授权, 例如生命支持应用(在该类应用中一旦TI 产品故障将预计造成重大的人员伤亡), 除非各方官员已经达成了专门管控此类使用的协议。购买者的购买行为即表示, 他们具备有关其应用安全以及规章衍生所需的所有专业技术和知识, 并且认可和同意, 尽管任何应用相关信息或支持仍可能由TI 提供, 但他们将独力负责满足在关键安全应用中使用其产品及TI 产品所需的所有法律、法规和安全相关要求。此外, 购买者必须全额赔偿因在此类关键安全应用中使用TI 产品而对TI 及其代表造成的损失。

TI 产品并非设计或专门用于军事/航空应用, 以及环境方面的产品, 除非TI 特别注明该产品属于“军用”或“增强型塑料”产品。只有TI 指定的军用产品才满足军用规格。购买者认可并同意, 对TI 未指定军用的产品进行军事方面的应用, 风险由购买者单独承担, 并且独力负责在此类相关使用中满足所有法律和法规要求。

TI 产品并非设计或专门用于汽车应用以及环境方面的产品, 除非TI 特别注明该产品符合ISO/TS 16949 要求。购买者认可并同意, 如果他们在汽车应用中使用任何未被指定的产品, TI 对未能满足应用所需要求不承担任何责任。

可访问以下URL 地址以获取有关其它TI 产品和应用解决方案的信息:

	产品		应用
数字音频	www.ti.com.cn/audio	通信与电信	www.ti.com.cn/telecom
放大器和线性器件	www.ti.com.cn/amplifiers	计算机及周边	www.ti.com.cn/computer
数据转换器	www.ti.com.cn/dataconverters	消费电子	www.ti.com/consumer-apps
DLP® 产品	www.dlp.com	能源	www.ti.com/energy
DSP - 数字信号处理器	www.ti.com.cn/dsp	工业应用	www.ti.com.cn/industrial
时钟和计时器	www.ti.com.cn/clockandtimers	医疗电子	www.ti.com.cn/medical
接口	www.ti.com.cn/interface	安防应用	www.ti.com.cn/security
逻辑	www.ti.com.cn/logic	汽车电子	www.ti.com.cn/automotive
电源管理	www.ti.com.cn/power	视频和影像	www.ti.com.cn/video
微控制器 (MCU)	www.ti.com.cn/microcontrollers		
RFID 系统	www.ti.com.cn/rfidsys		
OMAP 机动性处理器	www.ti.com/omap		
无线连通性	www.ti.com.cn/wirelessconnectivity		
	德州仪器在线技术支持社区		www.deyisupport.com

邮寄地址: 上海市浦东新区世纪大道 1568 号, 中建大厦 32 楼 邮政编码: 200122
Copyright © 2011 德州仪器 半导体技术 (上海) 有限公司